Equazioni e disequazioni di I grado

Equazioni e disequazioni polinomiali

Manolo Venturin

~~~ 6 ~~~
~~~

Obiettivo (corso Analisi Matematica 1)

- Equazione di primo grado e sua interpretazione geometrica
- Disequazioni di primo grado
- Esempi

Donazione

Se apprezzi le mie slide, considera di fare una donazione per supportare il mio lavoro.

Grazie!

Indice degli esempi

Risolvere le seguenti equazioni

1. $\frac{3x-5}{2} - \frac{3-x}{3} = \frac{x+1}{3} - \frac{10}{3}$
2. $(t+1)x - 2t = 0$ al variare di t e successivamente, trovare quel valore di t per cui lo zero è uguale a 1 e a 2
3. $-2x - 3 = 0$
4. $-2x - 3 < 0$
5. $-2x - 3 > 0$
6. $1 - \frac{x-9}{6} - \frac{x}{2} \leqslant \frac{3x+1}{15} - \frac{x}{2} - \frac{13}{15}$

Equazione di primo grado (definizione)

Un'equazione di I grado è un'equazione della forma

$$ax + b = 0, \quad a \neq 0$$

la cui soluzione è

$$ax + b = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = -\frac{b}{a}$$

Equazione di primo grado

Dimostrazione

Per risolvere l'equazione isolo il termine x, i.e.

$$\begin{aligned} ax + b &= 0 \\ ax &= -b \\ x &= -\frac{b}{a} \end{aligned}$$

dove l'ultima divisione è possibile se $a \neq 0$

Nota: Se $a = 0$ in $ax + b = 0$ allora

- se $b = 0$ ci sono infinite soluzioni (caso indeterminato, i.e. $0 \cdot x = 0 \implies 0 = 0$)
- se $b \neq 0$ non c'è soluzione (caso impossibile, i.e. $0 \cdot x = b \neq 0 \implies 0 \neq 0$)

Interpretazione geometrica: retta

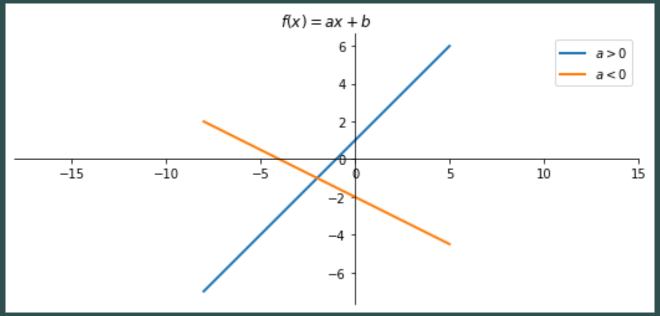
L'equazione

$$y = ax + b$$

rappresenta una retta

Si ha

- se $a > 0$ è un retta crescente
- se $a < 0$ è una retta decrescente
- se $b = 0$ allora $y = ax$ è una retta che passa per l'origine $(0, 0)$



Equazione parametrica della retta

Un'equazione $ax + b = 0$ dove a e/o b dipendono da un parametro ad esempio t, i.e. sono della forma

$$\begin{cases} a = a(t) \\ b = b(t) \end{cases}$$

si dice che l'equazione è parametrica nel parametro t

Esempi di equazioni

Esempio 1

> Risolvere la seguente equazione
>
> $$\frac{3x-5}{2}-\frac{3-x}{3}=\frac{x+1}{3}-\frac{10}{3}$$

Soluzione

Semplifichiamo il lato sinistro dell’equazione

$$\frac{3x-5}{2}-\frac{3-x}{3}=\frac{x-9}{3}$$

Esempio 1

$$\frac{3x-5}{2}-\frac{3-x}{3}=\frac{x-9}{3}$$

Eseguiamo il denominatore comune (m.c.m.) ai due membri dell'equazione e lo eliminiamo (moltiplicando i due membri dell'equazione per la stessa quantità)

$$\frac{3(3x-5)-2(3-x)}{\cancel{6}}=\frac{2(x-9)}{\cancel{6}}$$

Semplifichiamo poi l'espressione e la risolviamo

$$9x+2x-2x=-18+15+6 \quad\Longrightarrow\quad 9x=3 \quad\Longrightarrow\quad x=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

Esempio 2

> Risolvere al variare di t, l'equazione
>
> $$(t+1)x - 2t = 0\,.$$
>
> Successivamente, trovare quel valore di t per cui lo zero è uguale a 1 e a 2.

Soluzione

Si tratta di un'equazione parametrica in t.

La soluzione dell'equazione $(t+1)x - 2t = 0$, è

$$x = \frac{2t}{t+1}$$

se $t+1 \neq 0$, i.e. $t \neq -1$

Quindi si devono discutere i seguenti due casi: $t \neq -1$ e $t = -1$

Esempio 2

$$x = \frac{2t}{t+1}$$

Caso $t = -1$

Se $t = -1$, l'equazione diventa $2 = 0$ e quindi non ci sono soluzioni (caso impossibile)

Caso $t \neq -1$

Se $t \neq -1$, la soluzione è $x = \frac{2t}{t+1}$

Per trovare il valore di t per cui lo zero $x = \frac{2t}{t+1}$ sia uguale a 1 o a 2 dobbiamo risolvere le seguenti equazioni

- $\frac{2t}{t+1} = 1 \implies 2t = t + 1 \implies t = 1$
- $\frac{2t}{t+1} = 2 \implies 2t = 2(t+1) \implies 0 = 2$ (impossibile)

Disequazioni di primo grado

Disequazioni di primo grado

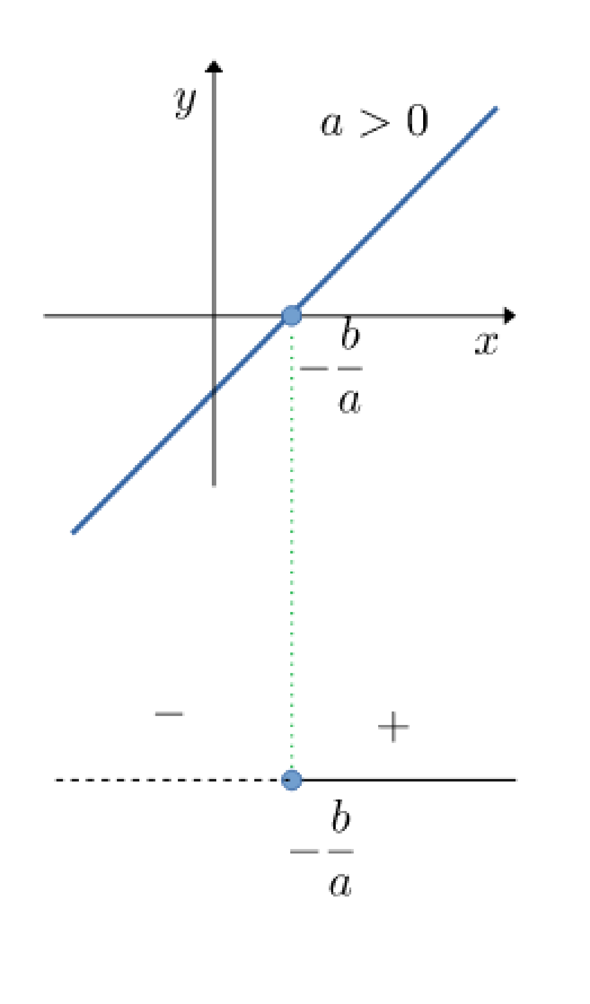
Disequazioni di I grado:

$$ax + b > 0$$

- caso $a > 0$
- caso $a < 0$

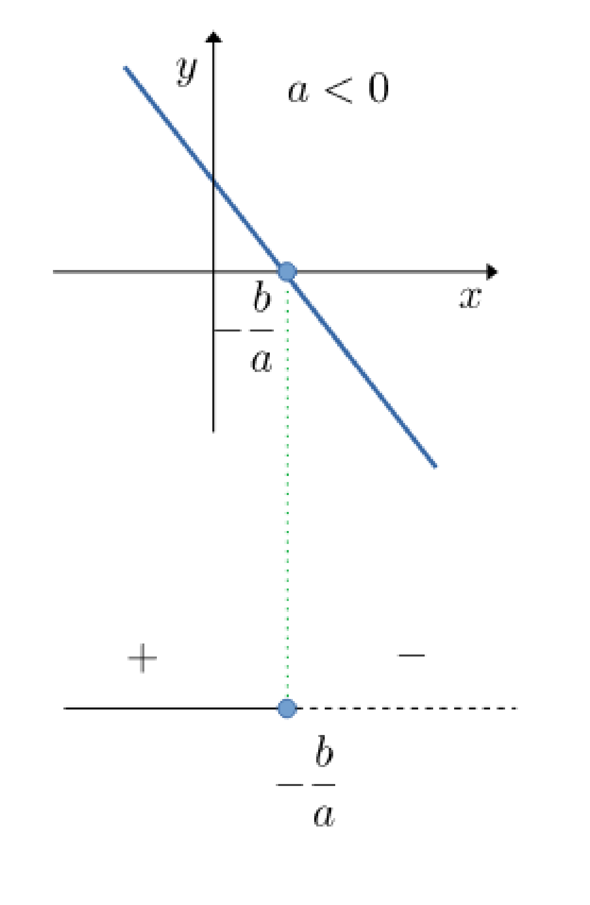
Caso $a > 0$

$$ax + b > 0, \quad a > 0$$
$$\Downarrow$$
$$x > -\frac{b}{a}$$



Caso $a < 0$

$$ax + b > 0, \quad a < 0$$
$$\Downarrow$$
$$x < -\frac{b}{a}$$



Esempi di disequazioni

Esempio 3

> Risolvere:
>
> $$-2x - 3 = 0$$

Soluzione

$$-2x - 3 = 0 \implies -2x = 3 \implies x = -\frac{3}{2}$$

Esempio 4

Risolvere:

$$-2x - 3 < 0$$

Soluzione

$$-2x - 3 < 0 \implies -2x < 3 \implies x > -\frac{3}{2}$$

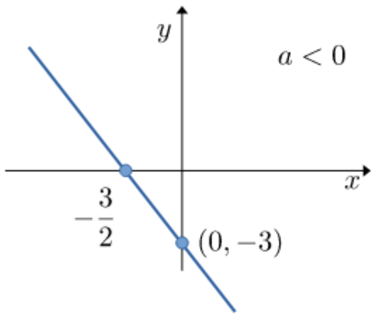
Esempio 5

> Risolvere:
>
> $$-2x - 3 \geqslant 0$$

Soluzione 3

$$-2x - 3 \geqslant 0 \implies -2x \geqslant 3 \implies x \leqslant -\frac{3}{2}$$

x	y
0	-3
-2	1



Esempio 6

> Risolvere la seguente disequazione
>
> $$1-\frac{x-9}{6}-\frac{x}{2}\leqslant\frac{3x+1}{15}-\frac{x}{2}-\frac{13}{15}$$

Soluzione

Semplifichiamo la disequazione eliminando il termine uguale che compare a sinistra e a destra. i.e. $\frac{x}{2}$

$$\frac{6-(x-9)}{6}\leqslant\frac{3x+1-13}{15}$$

$$\frac{-x+15}{6}\leqslant\frac{3x-12}{15}$$

Esempio 6

$$\frac{-x+15}{6} \leqslant \frac{3x-12}{15}$$

Eseguiamo il denominatore comune (m.c.m.)

$$\frac{-x+15}{3 \cdot 2} \leqslant \frac{3x-12}{5 \cdot 3}$$

Eliminiamo il denominatore comune (moltiplicando i due membri dell'equazione per la stessa quantità)

$$\frac{5(-x+15)}{\cancel{5 \cdot 3 \cdot 2}} \leqslant \frac{2(3x-12)}{\cancel{5 \cdot 3 \cdot 2}}$$

Semplifichiamo l'espressione e la risolviamo facendo attenzione ad un eventuale segno meno cambia il verso della disequazione

$$-5x+75 \leqslant 6x-24$$

Esempio 6

$$-5x + 75 \leqslant 6x - 24$$

Semplifichiamo l'espressione

$$-11x \leqslant -99 \quad \Longrightarrow \quad x \geqslant \frac{-99}{-11} \quad \Longrightarrow \quad x \geqslant 9$$


FINE
Manolo Venturin