Funzioni elementari
Parte I

(Segno / Parte intera e parte frazionaria / Lineare / Valore assoluto / Funz. quadratica / Radice quadrata)

Funzioni elementi base

Manolo Venturin

~~~ 5 ~~~
~~~

Obiettivo (corso Analisi Matematica 1)

- Funzione segno
- Parte intera e parte frazionaria
- Funzione lineare
- Valore assoluto
- Funzione quadratica
- Radice quadrata
- Scomposizione parte positiva e negativa di una funzione

Donazione

Se apprezzi le mie slide, considera di fare una donazione per supportare il mio lavoro.

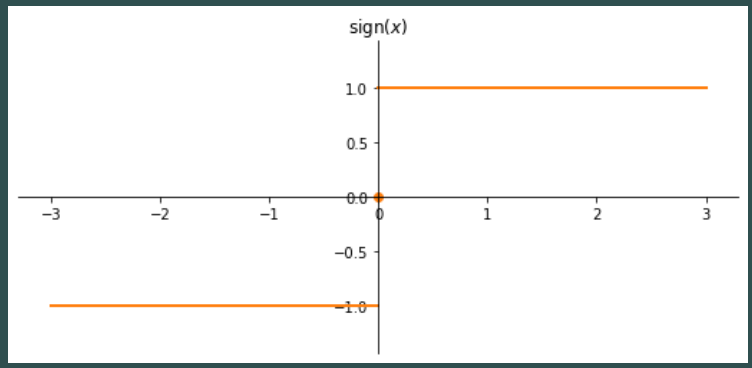
Grazie!

Funzione segno

$$f(x) = \operatorname{sign} x = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

Proprietà:

- Non è né iniettiva né suriettiva
- E' crescente
- E' dispari
- Non è periodica
- Dominio: $\mathbb{R}$
- Codominio: $\{-1, 0, 1\}$

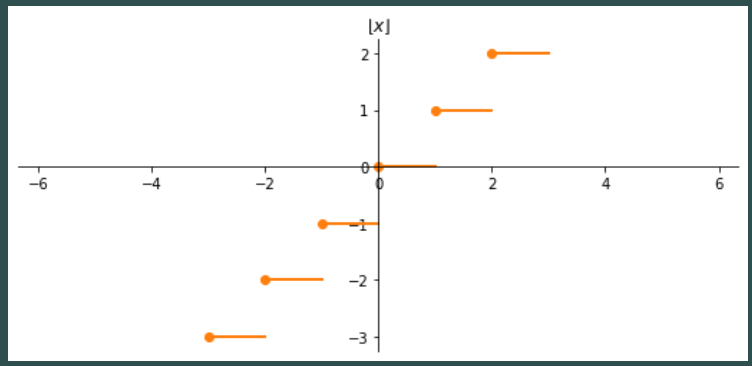


Funzione parte intera inferiore

$$f(x) = \lfloor x \rfloor = \max \{n \in \mathbb{Z} : n \leqslant x\}$$

Proprietà:

- Non è né iniettiva né suriettiva
- E' crescente
- Non è né dispari né dispari
- Non è periodica
- E' costante in ogni intervallo del tipo $[n, n+1)$ con $n \in \mathbb{Z}$
- Dominio: $\mathbb{R}$
- Codominio: $\mathbb{Z}$



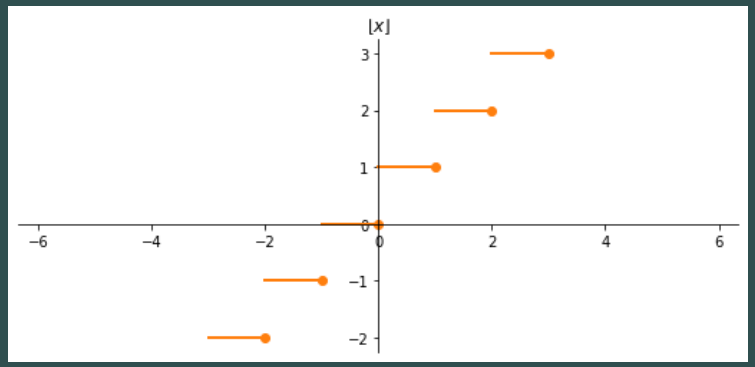
Funzione parte intera superiore

$$f(x) = \lceil x \rceil = \min \{n \in \mathbb{Z} : n \geqslant x\}$$

Proprietà:

- Non è né iniettiva né suriettiva
- E' crescente
- Non è né dispari né dispari
- Non è periodica
- E' costante in ogni intervallo del tipo $(n, n+1]$ con $n \in \mathbb{Z}$
- Dominio: $\mathbb{R}$
- Codominio: $\mathbb{Z}$

- Se $x \in \mathbb{Z} \implies \lceil x \rceil = \lfloor x \rfloor$
- Se $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z} \implies \lceil x \rceil = \lfloor x \rfloor + 1$

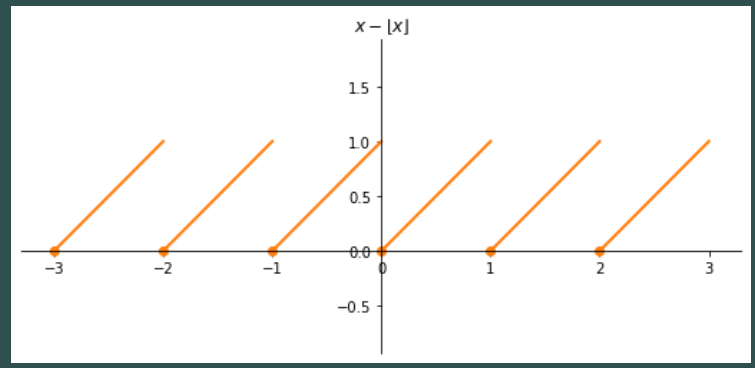


Funzione parte frazionaria (o mantissa)

$$f(x) = x - \lfloor x \rfloor$$

Proprietà:

- Non è né iniettiva né suriettiva
- E' crescente su ogni intervallo del tipo $[n, n+1)$ con $n \in \mathbb{Z}$, ma non su tutto il dominio
- Non è né dispari né dispari
- E' periodica di periodo 1
- Dominio: $\mathbb{R}$
- Codominio: $[0, 1)$

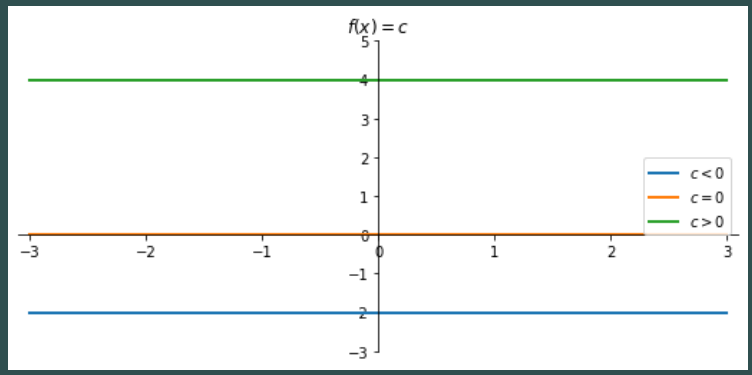


Funzione costante

$$f(x) = c, \quad c \in \mathbb{R}$$

Proprietà:

- Se $c > 0$ positiva
- Se $c = 0$ asse x
- Se $c < 0$ negativa
- Dominio: $\mathbb{R}$
- Codominio: $\{c\}$

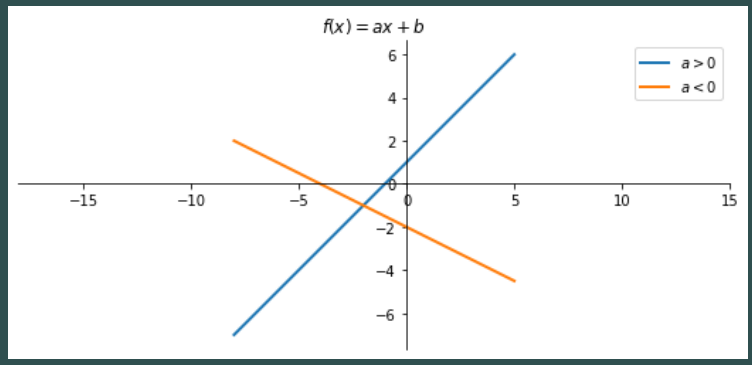


Funzione lineare / affine (retta)

$$f(x) = ax + b, \quad a \neq 0$$

Proprietà:

- Se $a > 0$ retta crescente
- Se $a < 0$ retta decrescente
- Se $b = 0$ allora $y = ax$ passa per l'origine $(0, 0)$
- E' iniettiva e suriettiva
- Dominio: $\mathbb{R}$
- Codominio: $\mathbb{R}$

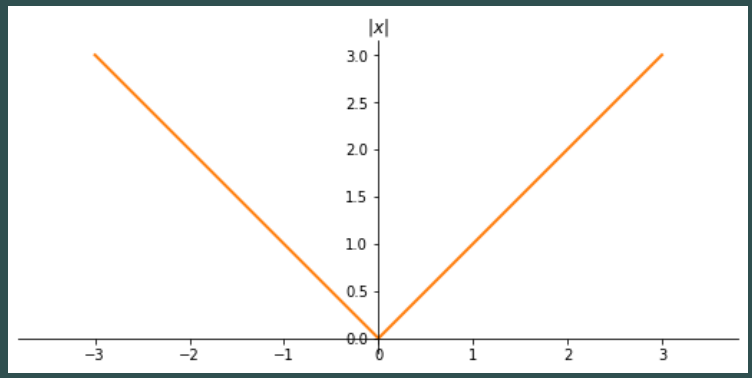


Valore assoluto

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x \geqslant 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

Proprietà:

- Funzione pari
- Non è né iniettiva né suriettiva
- Dominio: $\mathbb{R}$
- Codominio: $\mathbb{R}^+ = [0, +\infty)$

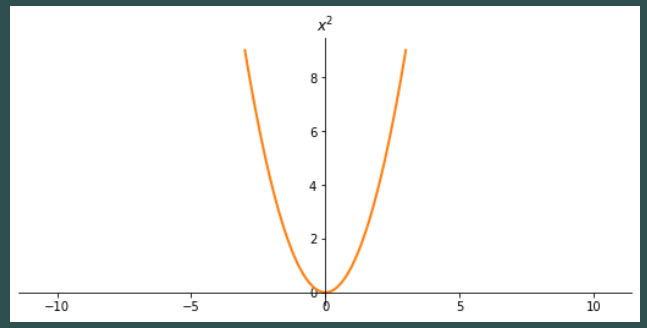


Funzione quadratica

$$f(x) = x^2$$

Proprietà:

- Concava verso l'alto
- Per $x = 0 \implies f(0) = 0$ (passa per l'origine)
- Non è né iniettiva e né suriettiva
- Dominio: $\mathbb{R}$
- Codominio: $\mathbb{R}^+ = [0, +\infty)$
- Se $x \in (-\infty, 0]$ è strett. decr.
- Se $x \in [0, +\infty)$ è strett. cresc.

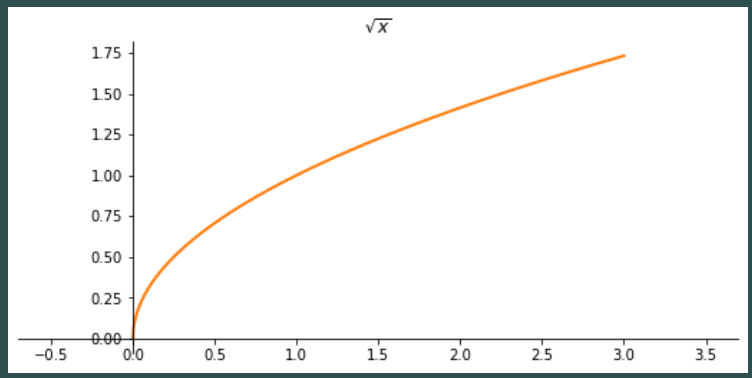


Funzione radice quadrata

$$f(x) = \sqrt{x}$$

Proprietà:

- E' definita come l'inversa di x^2 per $x \in [0, +\infty)$ (strettamente crescente, quindi iniettiva)
- Strettamente crescente
- Dominio: $[0, +\infty)$
- Codominio: $\mathbb{R}^+ = [0, +\infty)$
- $\sqrt{x^2} = |x|$



Funzione radice quadrata

$$f(x) = \sqrt{x}$$

Ha senso scrivere: $\sqrt{4} = \pm 2 \implies$ No!

Invece, ha senso scrivere: $\sqrt{4} = 2$ e $\pm\sqrt{4} = \pm 2$.

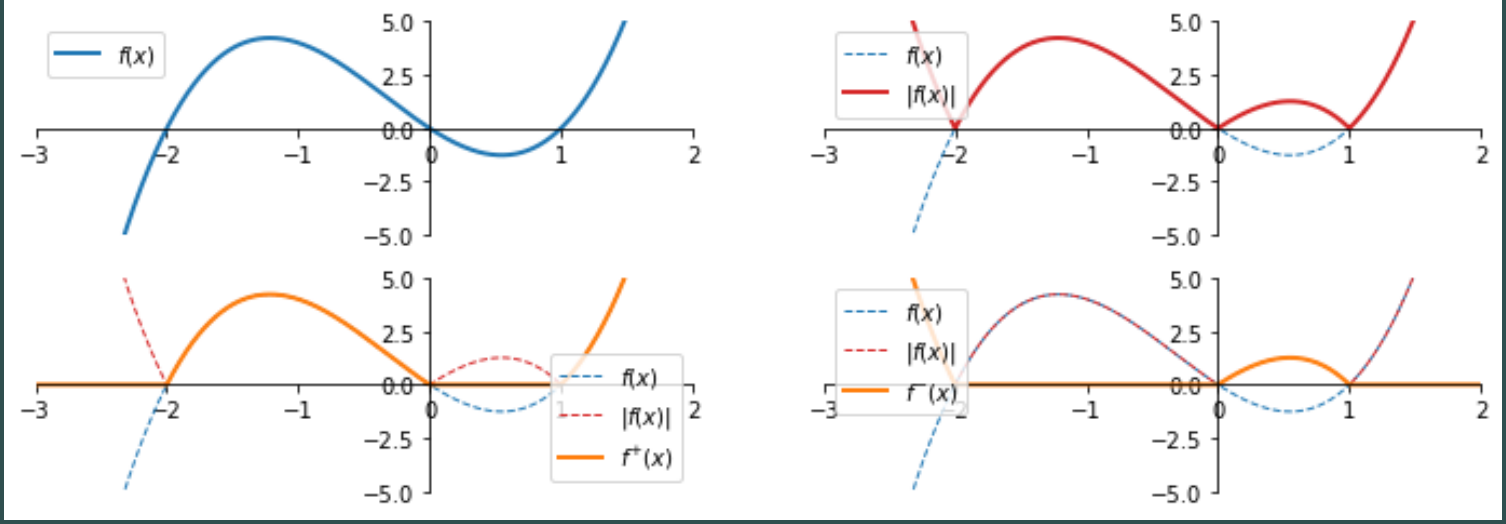
L' idea è che vogliamo una funzione ad un unico valore mentre ci sono due possibilità per definire $\sqrt{x}$ e quindi abbiamo scelto quella positiva (detta ramo principale)

Funzione parte positiva e negativa

Data una funzione $f(x)$ possiamo definire

- parte positiva $f^+(x) = \frac{|f(x)|+f(x)}{2} = \max(f(x), 0) \geqslant 0$
- parte negativa $f^-(x) = \frac{|f(x)|-f(x)}{2} = \max(-f(x), 0) \geqslant 0$

tale che $f(x) = f^+(x) - f^-(x)$



Manolo Venturin

FINE