

Insiemi: esercizi

Elementi di teoria degli insiemi

Manolo Venturin

~~~ 3 ~~~

# Indice degli esempi (corso Analisi Matematica 1)

1.  $A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c$
2.  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$  (legge di De Morgan)
3.  $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$
4.  $A = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$
5.  $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$

# Donazione

Se apprezzi le mie slide, considera di fare una donazione per supportare il mio lavoro.

Grazie!



# Esempi

# Esempio 1

Dimostrare che

$$A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c$$

**Dimostrazione  $\Rightarrow$ :**

Da  $A \subseteq B$  se  $x \in B^c \implies x \notin B \implies x \notin A \implies x \in A^c$

Quindi, se  $x \in B^c$  allora  $x \in A^c$

**Dimostrazione  $\Leftarrow$ :**

Da  $B^c \subseteq A^c$  se  $x \in A \implies x \notin A^c \implies x \notin B^c \implies x \in B$

Quindi, se  $x \in A$  allora  $x \in B$

# Esempio 2

Dati due insiemi  $A$  e  $B$ , dimostrare che

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

(legge di De Morgan)

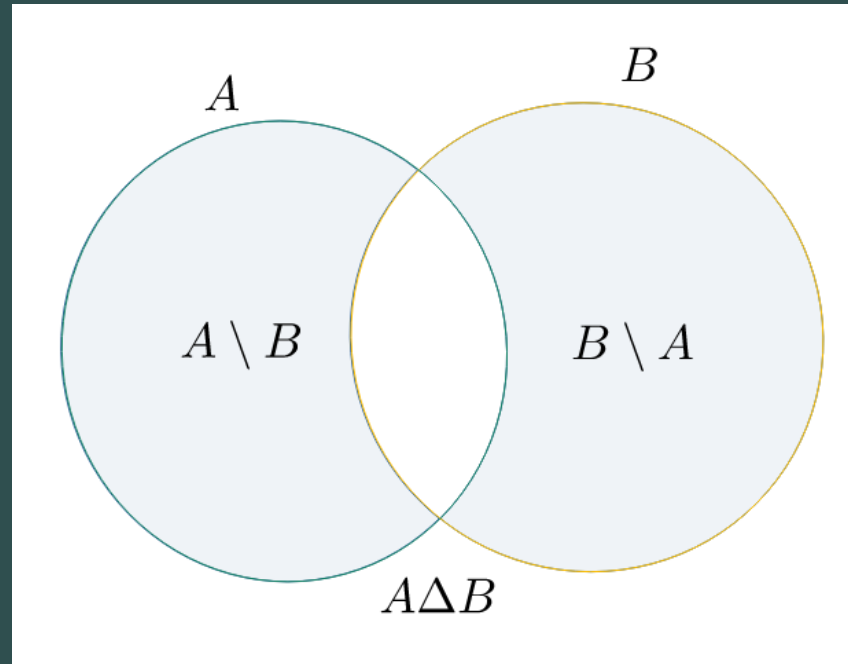
## Dimostrazione

$$\begin{aligned} x \in (A \cup B)^c &\iff x \notin (A \cup B) \\ &\iff x \notin A \wedge x \notin B \\ &\iff x \in A^c \wedge x \in B^c \\ &\iff x \in A^c \cap B^c \end{aligned}$$

# Esempio 3

Dimostrare che

$$A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$



# Esempio 3

Dimostrare che

$$A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

## Ricordiamo

- $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$
- differenza come intersezione:  $A \setminus B = A \cap B^c$
- De Morgan intersezione:  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
- distributiva:  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$



# Esempio 3

Dimostrare che

$$A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

## Dimostrazione

$$\begin{aligned}(A \cup B) \setminus (A \cap B) &= (A \cup B) \cap (A \cap B)^c \\ &= (A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) \\ &= ((A \cup B) \cap A^c) \cup ((A \cup B) \cap B^c) \\ &= (B \cap A^c) \cup (A \cap B^c) \\ &= (B \setminus A) \cup (A \setminus B) \\ &= A \Delta B\end{aligned}$$

# Esempio 4

Dimostrare che, per ogni  $A$  e  $B$  si ha

$$A = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$$

## Dimostrazione

Provate voi con le proprietà distributive dell'unione e dell'intersezione

$$A = A \cap U = A \cap (B \cup B^c) = (A \cap B) \cup (A \cap B^c) = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$$

# Esempio 5

Dimostrare che

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$$

**Dimostrazione**

$$\begin{aligned} A \setminus (B \setminus C) &= A \setminus (B \cap C^c) \\ &= A \cap (B \cap C^c)^c \\ &= A \cap (B^c \cup C) \\ &= (A \cap B^c) \cup (A \cap C) \\ &= (A \setminus B) \cup (A \cap C) \end{aligned}$$



FINE