Le potenze (versione generalizzata) Esercizi #1

(Integrali indefiniti elementari) Calcolo integrale

Manolo Venturin

~~~ 20 ~~~
~~~

Donazione

Se apprezzi le mie slide, considera di fare una donazione per supportare il mio lavoro.

Grazie!

Esercizi

1. Calcolare $\int \sqrt[3]{1+2x}\,dx$ $= \left[\frac{3}{8}(1+2x)^{\frac{4}{3}} + C\right]$
2. $\int (1-x)^9\,dx$ $= \left[-\frac{1}{10}(1-x)^{10} + C\right]$
3. $\int \frac{1}{x+1}\,dx$ $= \left[\ln|x+1| + C\right]$
4. $\int \frac{1}{1-x}\,dx$ $= \left[-\ln|1-x| + C\right]$
5. $\int \frac{1}{2x+3}\,dx$ $= \left[\frac{1}{2}\ln|2x+3| + C\right]$
6. $\int x\left(\frac{1}{2}x^2+10\right)^{10}\,dx$ $= \left[\frac{1}{11}\left(\frac{1}{2}x^2+10\right)^{11} + C\right]$
7. $\int \frac{x^2}{(1+x^3)^3}\,dx$ $= \left[-\frac{1}{6}\frac{1}{(1+x^3)^2} + C\right]$
8. $\int \frac{x^3}{\sqrt[3]{1+x^4}}\,dx$ $= \left[\frac{3}{8}\left(1+x^4\right)^{\frac{2}{3}} + C\right]$
9. $\int \frac{2x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$ $= \left[-\frac{2}{\sqrt{x^2+1}} + C\right]$
10. $\int \frac{x^3}{1-x^4}\,dx$ $= \left[-\frac{1}{4}\ln|1-x^4| + C\right]$

Soluzione

Se vi piace iscrivetevi al canale, mettete un mi piace o lasciate un commento

Esercizio 1

Calcolare $I = \int \sqrt[3]{1+2x}\, dx$

Soluzione

$$I = \begin{pmatrix} u = 1+2x \\ du = 2\,dx \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\int u^{\frac{1}{3}}\, du = \frac{1}{2}\frac{u^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{8}(1+2x)^{\frac{4}{3}} + C$$

Esercizio 2

Calcolare $I = \int (1-x)^9 \, dx$

Soluzione

$$I = \begin{pmatrix} u = 1-x \\ du = -dx \end{pmatrix} = -\int u^9 \, du = -\frac{u^{10}}{10} = -\frac{1}{10}(1-x)^{10} + C$$

Esercizio 3

Calcolare $I = \int \frac{1}{x+1}\, dx$

Soluzione

$$I = \begin{pmatrix} u = x+1 \\ du = dx \end{pmatrix} = \int \frac{1}{u}\, du = \ln|u| = \ln|x+1| + C$$

Esercizio 4

Calcolare $I = \int \frac{1}{1-x}\,dx$

Soluzione

$$I = \begin{pmatrix} u = 1-x \\ du = -dx \end{pmatrix} = -\int \frac{1}{u}\,du = -\ln|u| = -\ln|1-x| + C$$

Esercizio 5

Calcolare $I = \displaystyle\int \frac{1}{2x+3}\,dx$

Soluzione

$$I = \begin{pmatrix} u = 2x+3 \\ du = 2\,dx \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\int \frac{1}{u}\,du = \frac{1}{2}\ln|u| = \frac{1}{2}\ln|2x+3| + C$$

Esercizio 6

Calcolare $I = \int x\left(\frac{1}{2}x^2 + 10\right)^{10} dx$

Soluzione

$$\begin{aligned} I &= \begin{pmatrix} u = \frac{1}{2}x^2 + 10 \\ du = x\,dx \end{pmatrix} = \int u^{10}\,du = \frac{u^{11}}{11} \\ &= \frac{1}{11}\left(\frac{1}{2}x^2 + 10\right)^{11} + C \end{aligned}$$

Esercizio 7

Calcolare $I = \int \frac{x^2}{(1+x^3)^3}\,dx$

Soluzione

$$I = \begin{pmatrix} u = 1+x^3 \\ du = 3x^2\,dx \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\int \frac{1}{u^3}\,du = \frac{1}{3}\frac{u^{-2}}{-2} = -\frac{1}{6}\frac{1}{(1+x^3)^2} + C$$

Esercizio 8

Calcolare $I = \int \frac{x^3}{\sqrt[3]{1+x^4}}\,dx$

Soluzione

$$I = \begin{pmatrix} u = 1+x^4 \\ du = 4x^3\,dx \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\int u^{-\frac{1}{3}}\,du = \frac{1}{4}\frac{u^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{8}\left(1+x^4\right)^{\frac{2}{3}} + C$$

Esercizio 9

Calcolare $I = \displaystyle\int \frac{2x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}\,dx$

Soluzione

$$
\begin{aligned}
I &= \begin{pmatrix} u = x^2+1 \\ du = 2x\,dx \end{pmatrix} = \int \frac{1}{u\sqrt{u}}\,du \\
&= \int u^{-\frac{3}{2}}\,du = \frac{u^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} \\
&= -2u^{-\frac{1}{2}} = -\frac{2}{\sqrt{x^2+1}} + C
\end{aligned}
$$

Esercizio 10

Calcolare $I = \displaystyle\int \frac{x^3}{1-x^4}\,dx$

Soluzione

$$
\begin{aligned}
I &= \begin{pmatrix} u = 1 - x^4 \\ du = -4x^3\,dx \end{pmatrix} = -\frac{1}{4}\int \frac{1}{u}\,du \\
&= -\frac{1}{4}\ln|u| = -\frac{1}{4}\ln\left|1-x^4\right| + C
\end{aligned}
$$