

Le potenze (versione base) Esercizi #1

(Integrali indefiniti elementari) Calcolo integrale

Manolo Venturin

~~~ 20 ~~~

# Donazione

Se apprezzi le mie slide, considera di fare una donazione per supportare il mio lavoro.

Grazie!



# Indice degli esempi

Calcolare

$$1. I = \int dx$$

$$2. I = \int (2 + \pi) dx$$

$$3. I = \int x dx$$

$$4. I = \int (2x + 1) dx$$

$$5. I = \int (x^2 + x^3) dx$$

$$6. I = \int (3x^2 - 5x^4) dx$$

$$7. I = \int \frac{1}{x^2} dx$$

$$8. I = - \int x^{-5} dx$$

$$9. I = \int \frac{2}{x}$$

$$10. I = \int \frac{x^2 - 1}{x} dx$$

$$11. I = \int \sqrt{x} dx$$

$$12. I = \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

$$13. I = \int \frac{(\pi + \frac{x}{2}\sqrt{x} - x^{-1})}{x} dx$$

# Potenza (con esponente reale)

## Base

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, \quad n \neq -1$$

$$\int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln |x|, \quad (n = -1)$$

## Casi notevoli:

- costante
- lineare
- con esponente intero positivo
- con esponente intero negativo diverso da -1
- con esponente -1
- con esponente frazionario (radicali)

# Costante

# Esempio 1

Calcolare  $I = \int dx$

Soluzione

$$I = \int 1 dx = \int x^0 dx = \frac{x^{0+1}}{0+1} = x + C$$

# Esempio 2

Calcolare  $I = \int (2 + \pi) dx$

## Soluzione

$\pi$  è una costante

$$I = \int (2 + \pi) dx = (2 + \pi) \int dx = (2 + \pi)x + C$$

# Lineare



# Esempio 3

Calcolare  $I = \int x \, dx$

Soluzione

$$I = \int x^1 \, dx = \frac{x^{1+1}}{1+1} = \frac{x^2}{2} + C$$

# Esempio 4

Calcolare  $I = \int (2x + 1) dx$

Soluzione

$$I = 2 \int x dx + \int dx = \cancel{2} \frac{x^2}{\cancel{2}} + x = x^2 + x + C$$

Un'altra soluzione della stessa famiglia è

$$\frac{1}{4}(2x + 1)^2 + C$$

# Esponente interno positivo

# Esempio 5

Calcolare  $I = \int (x^2 + x^3) dx$

Soluzione

$$I = \int x^2 dx + \int x^3 dx = \frac{x^{2+1}}{2+1} + \frac{x^{3+1}}{3+1} = \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + C$$

# Esempio 6

Calcolare  $I = \int (3x^2 - 5x^4) dx$

Soluzione

$$I = 3 \int x^2 dx - 5 \int x^4 dx = \cancel{3} \frac{x^3}{\cancel{3}} - \cancel{5} \frac{x^5}{\cancel{5}} = x^3 - x^5 + C$$

**Esponente intero negativo diverso da  
-1**

# Esempio 7

Calcolare  $I = \int \frac{1}{x^2} dx$

Soluzione

$$I = \int x^{-2} dx = \frac{x^{-2+1}}{-2+1} = \frac{x^{-1}}{-1} = -\frac{1}{x} + C$$

# Esempio 8

Calcolare  $I = - \int x^{-5} dx$

Soluzione

$$I = -\frac{x^{-4}}{-4} = \frac{1}{4}x^{-4} = \frac{1}{4x^4} + C$$



# Esponente -1

# Esempio 9

Calcolare  $I = \int \frac{2}{x}$

Soluzione

$$I = 2 \int \frac{1}{x} dx = 2 \ln |x| + C$$

# Esempio 10

Calcolare  $I = \int \frac{x^2 - 1}{x} dx$

## Soluzione

Dividendo ciascun termine della frazione, si ha

$$\begin{aligned} I &= \int \left( x - \frac{1}{x} \right) dx = \int x dx - \int \frac{1}{x} dx \\ &= \frac{x^2}{2} - \ln|x| + C \end{aligned}$$

# Esponente frazionario (radicali)

# Esempio 11

Calcolare  $I = \int \sqrt{x} \, dx$

Soluzione

$$I = \int x^{\frac{1}{2}} \, dx = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$$

# Esempio 12

Calcolare  $I = \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

**Soluzione**

$$I = \int \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} dx = \int x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} = 2x^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{x} + C$$

# Esempio 13

Calcolare  $I = \int \frac{(\pi + \frac{x}{2}\sqrt{x} - x^{-1})}{x} dx$

## Soluzione

$$\begin{aligned} I &= \pi \int \frac{1}{x} dx + \frac{1}{2} \int \sqrt{x} dx - \int \frac{1}{x^2} dx \\ &= \pi \ln |x| + \frac{1}{2} \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^{-1}}{-1} \\ &= \pi \ln |x| + \frac{1}{3} x \sqrt{x} + \frac{1}{x} + C \end{aligned}$$

A close-up profile of a dog's head, likely a Bernese Mountain Dog, with its tongue hanging out. The image is overlaid with a semi-transparent teal filter. The word "FINE" is written in a bold, yellow, sans-serif font across the middle of the dog's face.

FINE