

Elementi di geometria

(Piano cartesiano / Retta)

Ripasso di matematica

Manolo Venturin

~~~ 1 ~~~

# Obiettivo (corso Analisi Matematica 1)

- Ripasso sul Piano cartesiano
- Retta / Retta per due punti
- Fascio di rette
- Esempi

# Donazione

Se apprezzi le mie slide, considera di fare una donazione per supportare il mio lavoro.

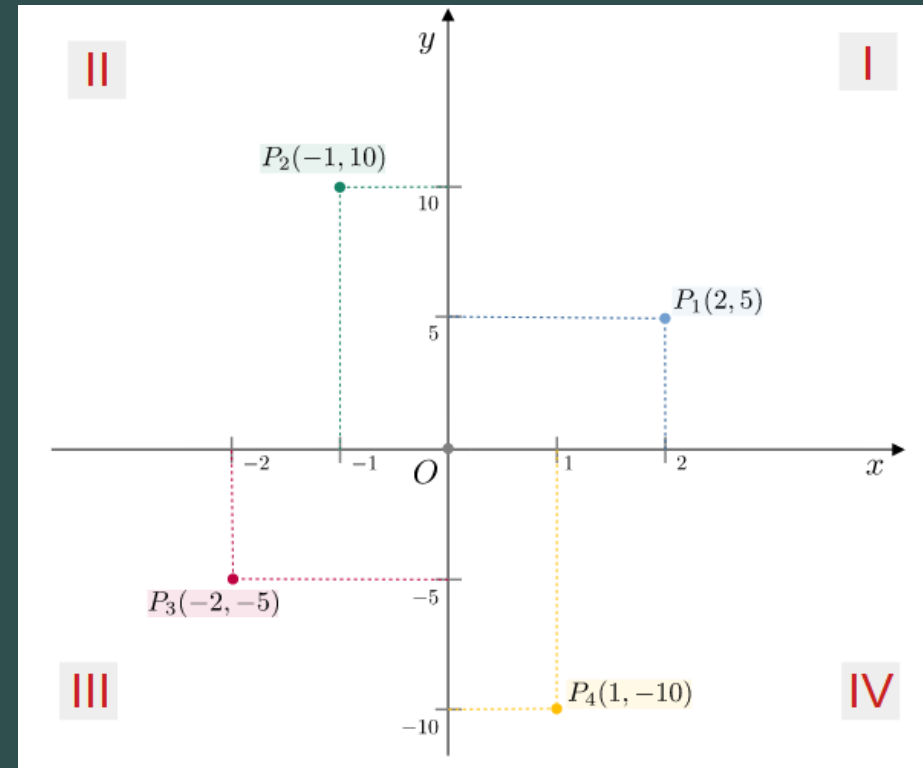
Grazie!



# Piano cartesiano

Punto  $P = (x, y)$  del piano dove

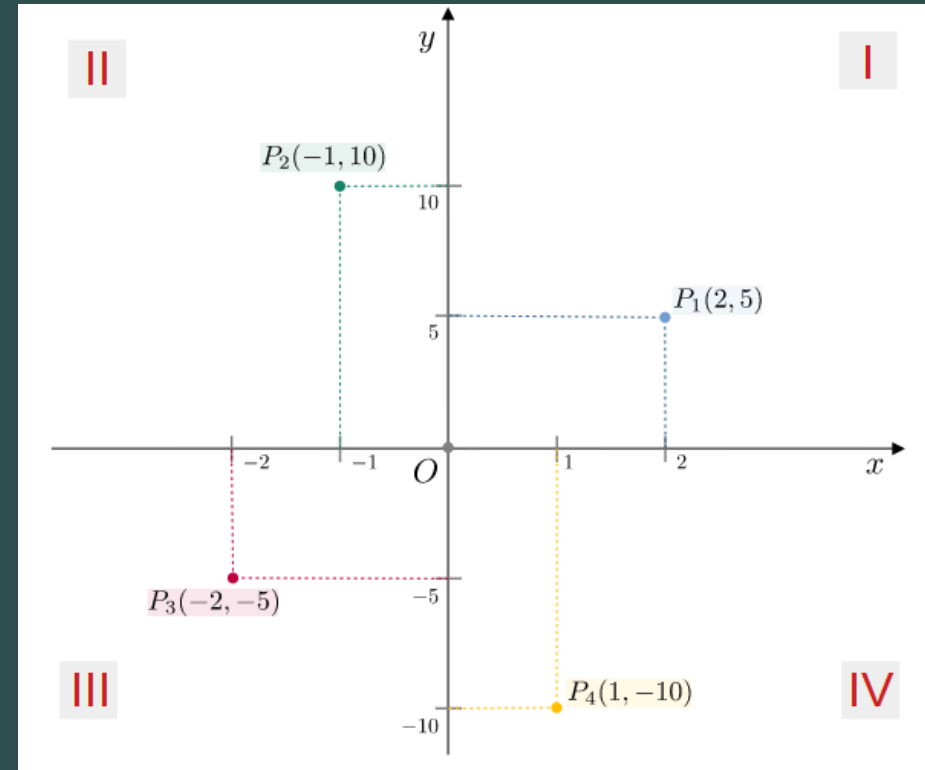
- $x$  posizione lungo l'asse "x" detto delle **ascisse**
- $y$  posizione lungo l'asse "y" detto delle **ordinate**



# Piano cartesiano

I punti nel

- **I quadrante:**  $x$  e  $y$  positiva
- **II quadrante:**  $x$  negativa e  $y$  positiva
- **III quadrante:**  $x$  e  $y$  negativa
- **IV quadrante:**  $x$  positiva e  $y$  negativa



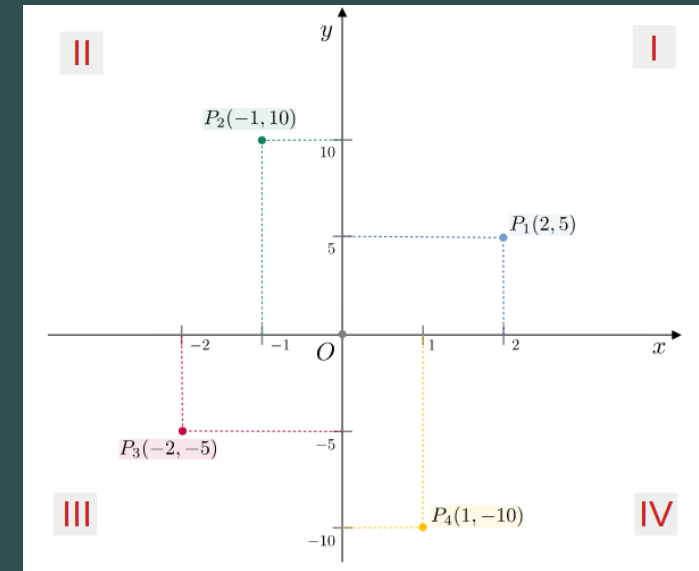
# Piano cartesiano: distanza

Distanza tra due punti  $P_1(x_1, y_1)$  e  $P_2(x_2, y_2)$  è data dal teorema di Pitagora:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Ad esempio, la distanza di  $P_1$  dall'origine  $O$  è

$$d_{P_1, O} = \sqrt{(2 - 0)^2 + (5 - 0)^2} = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$$



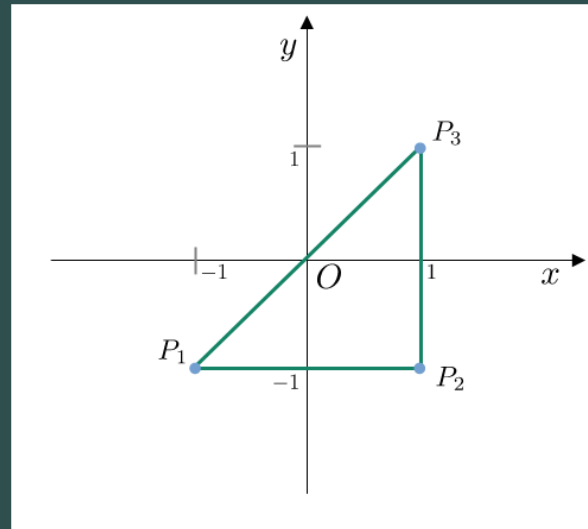
# Esercizio 1

Rappresentare graficamente i seguenti punti

$$P_1(-1, -1) , P_2(1, -1) , P_3(1, 1)$$

e calcolare le relative distanze

**Soluzione**



# Esercizio 1

$$P_1(-1, -1) , P_2(1, -1) , P_3(1, 1)$$

Le distanze sono:

- $d_{P_1, P_2} = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (-1 + 1)^2} = \sqrt{4 + 0} = 2$
- $d_{P_1, P_3} = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
- $d_{P_2, P_3} = \sqrt{(1 - 1)^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{0 + 4} = 2$



# Retta: equazione

L'equazione della retta è la seguente:

$$y = mx + q$$

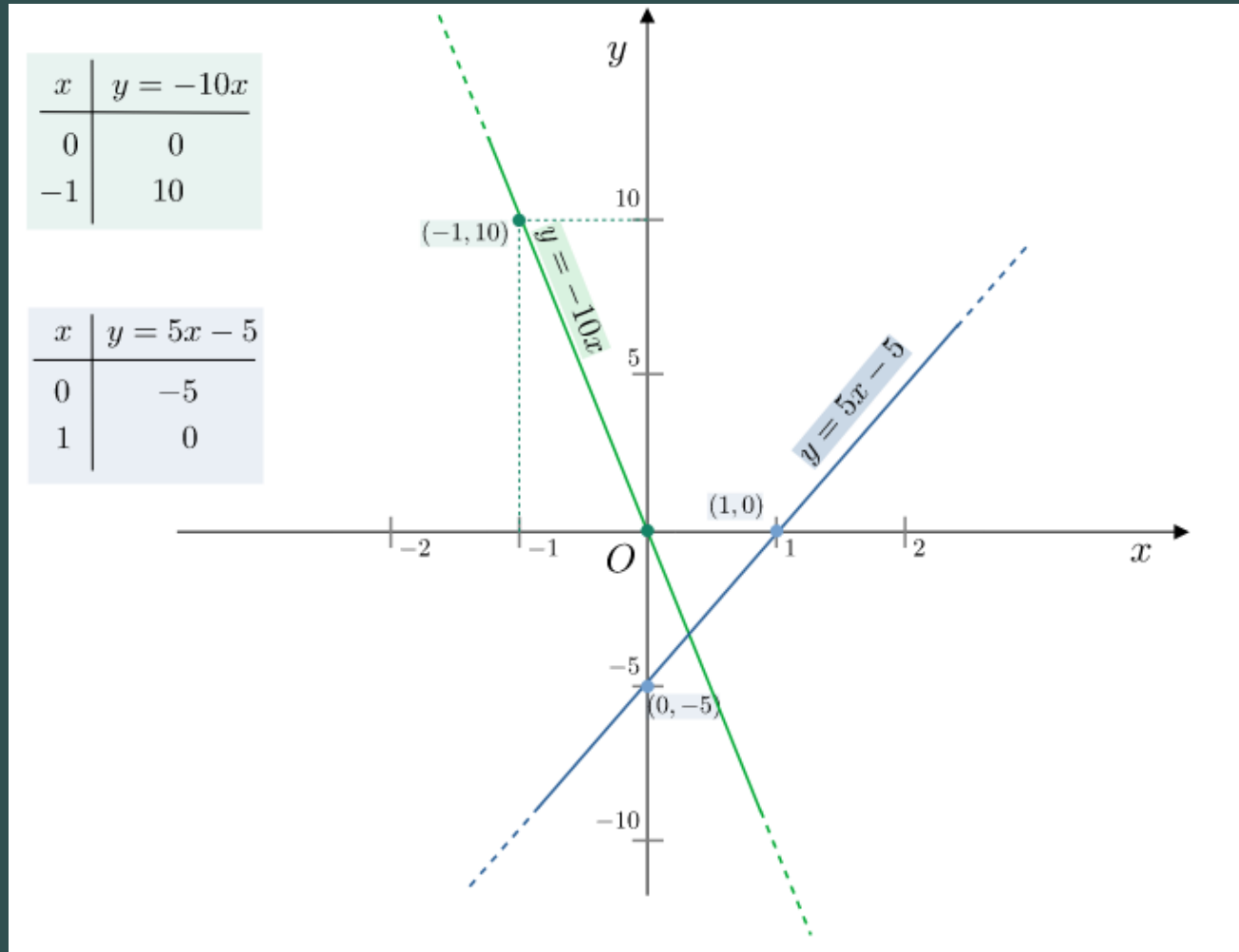
dove  $m$  è detto coefficiente angolare e  $q$  termine noto

Si ha

- se  $m > 0$  la retta è crescente
- se  $m < 0$  la retta è decrescente
- se  $q = 0$  la retta passa per l'origine

# Retta: disegno

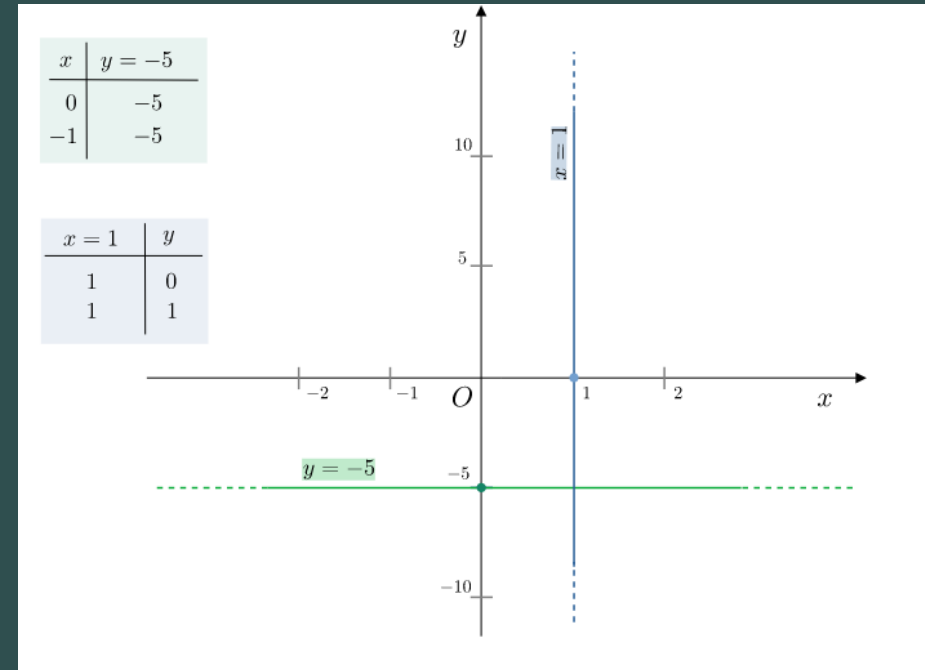
Per il disegno della retta servono due punti



# Retta orizzontale e verticale

Retta orizzontale:  $y = c$  con  $c$  costante

Retta verticale:  $x = c$  con  $c$  costante



# Esercizio 2

Rappresentare graficamente le seguenti rette

1.  $y = 2x + 1$

2.  $y = -\frac{1}{2}x - 1$

e trovare il punto di intersezione.

**Nota:** Il punto di intersezione è quel valore di  $x$  e  $y$  per cui le due equazioni sono uguali, i.e. va risolto il sistema

## Soluzione

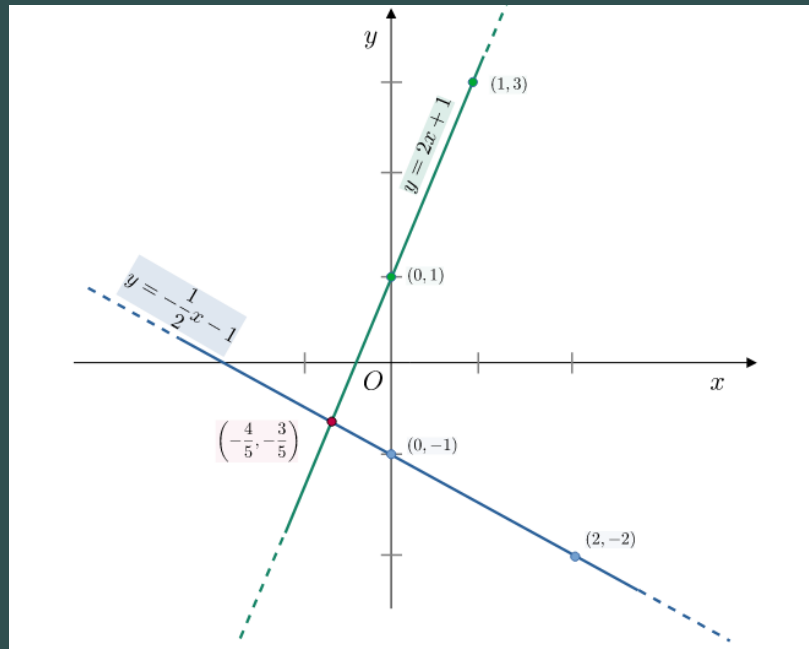
Per disegnare la prima retta di equazione  $y = 2x + 1$  la valutiamo nei punti

- per  $x = 0$  si ha  $y = 1$
- per  $x = 1$  si ha  $y = 3$

# Esercizio 2

Per disegnare la prima retta di equazione  $y = -\frac{1}{2}x - 1$  la valutiamo nei punti

- per  $x = 0$  si ha  $y = -1$
- per  $x = 2$  si ha  $y = -2$



# Esercizio 2

Il punto di intersezione si ottiene risolvendo il sistema

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -\frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$$

Sostituendo la prima equazione nella seconda si ha

$$2x + 1 = -\frac{1}{2}x - 1 \implies \left(2 + \frac{1}{2}\right)x = -2 \implies x = -\frac{4}{5}$$

e, sostituendo  $x = -\frac{4}{5}$  nella prima equazione, si ha

$$y = 2\left(-\frac{4}{5}\right) + 1 = \frac{-8 + 5}{5} = -\frac{3}{5}$$

# Retta per due punti

Dati due punti  $P_1(x_1, y_1)$  e  $P_2(x_2, y_2)$  la retta passante per questi due punti è

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

In forma implicita è:

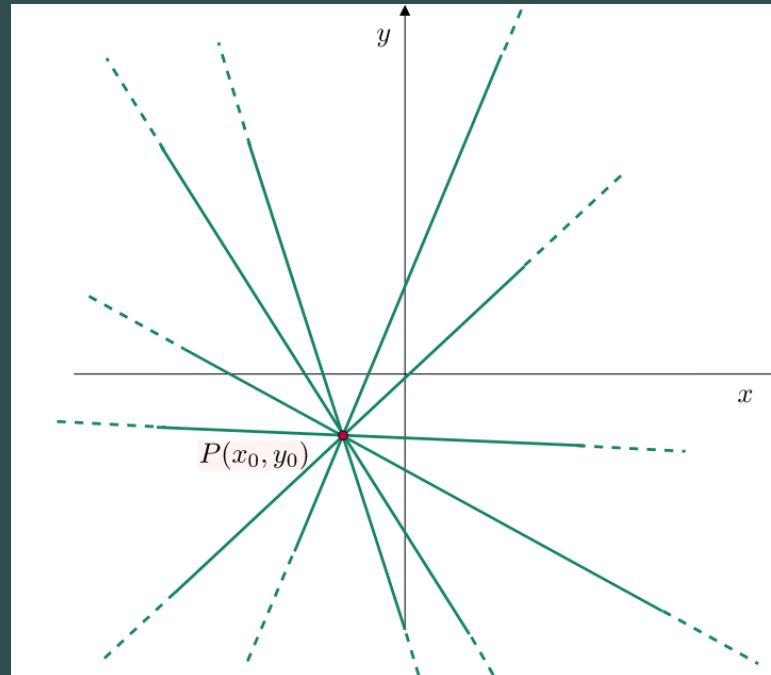
$$(x_2 - x_1) \cdot (y - y_1) - (y_2 - y_1) \cdot (x - x_1) = 0$$

**Nota:** La forma implicita contempla la retta verticale quella esplicita no!

# Fascio di rette

Il fascio **proprio** di rette (tranne la retta verticale) sono tutte le rette passanti per  $P(x_0, y_0)$  ed ha equazione

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$





# Il piano cartesiano: origine

- Nicola d'Oresme, 1300
- René Descartes (in italiano Renato Cartesio), 1600
- Pierre de Fermat (non pubblicò mai la sua scoperta)

A close-up profile of a dog's head, likely a Bernese Mountain Dog, with its tongue out. The image is overlaid with a semi-transparent teal filter. The word "FINE" is written in a bold, yellow, sans-serif font across the middle of the dog's face.

FINE