I numeri interi

(e come semplificare le espressioni)

Ripasso di matematica

Manolo Venturin

Obiettivo (corso Analisi Matematica 1)

- Ripasso sui numeri interi o relativi
- Proprietà degli interi
- Ordine delle operazioni o PEMDAS
- Esempi

Donazione

Se apprezzi le mie slide, considera di fare una donazione per supportare il mio lavoro.

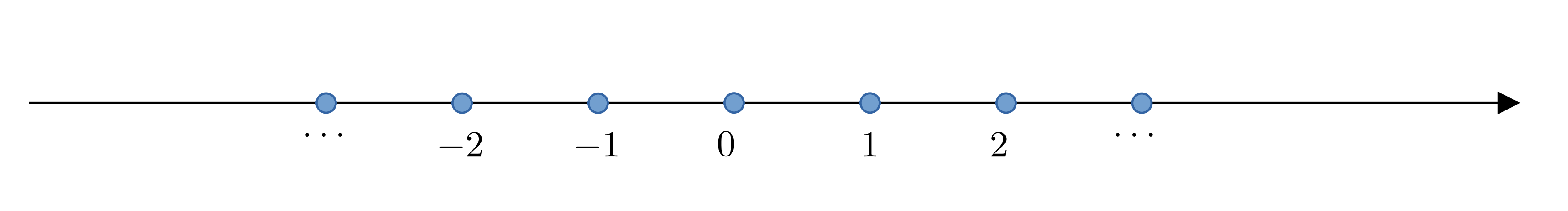
Grazie!

Definizione di interi o relativi

$$\mathbb{Z} = \{0, \ \pm 1, \ \pm 2, \ \dots \}$$

- Operazioni ben definite (il risultato sta in $\mathbb{Z}$):
  - somma, prodotto e sottrazione

- Ordinamento sulla retta



Proprietà

- Associativa dell'addizione:

$$a + (b + c) \; = \; (a + b) + c \; = \; a + b + c$$

- Associativa della moltiplicazione:

$$a \cdot (b \cdot c) \; = \; (a \cdot b) \cdot c \; = \; a \cdot b \cdot c$$

Proprietà

- Commutativa dell’addizione:

$$a + b \;=\; b + a$$

- Commutativa della moltiplicazione:

$$a \cdot b \;=\; b \cdot a$$

Proprietà

- Esistenza dell'elemento neutro dell'addizione (indicato con 0):

$$a + 0 = a$$

- Esistenza dell'elemento neutro della moltiplicazione (indicato con 1):

$$a \cdot 1 = a$$

Proprietà

- Esistenza dell'opposto:

$$a + (-a) \; = \; 0$$

- Distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione:

$$a \cdot (b + c) \; = \; (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

Conseguenze delle proprietà

- La sottrazione è la somma con l’opposto:

$$a - b \; = \; a + (-b)$$

- L’opposto dell’opposto è il numero di partenza:

$$-(-a) \; = \; a$$

Conseguenze delle proprietà

- Regola dei segni nella moltiplicazione:

$$
\begin{aligned}
+\cdot+&=+\\
+\cdot-&=-\\
-\cdot+&=-\\
-\cdot-&=+
\end{aligned}
$$

L'ultima regola "$-\cdot-=+$" è compatibile con l'opposto dell'opposto $-(-a)=a$ infatti possiamo pensare quest'ultimo come $-1\cdot(-a)=a$

Ordine delle operazioni (regole non ambigue)

> Ordine di priorità (regola **PEMDAS**):
>
> *Parentesi, Elevamenti a potenza, Moltiplicazioni e Divisioni, Addizioni e Sottrazioni*

- **addizioni e sottrazioni** allo stesso livello devono essere eseguite da sinistra verso destra
- **moltiplicazioni e divisioni** allo stesso livello devono essere eseguite da sinistra verso destra

Come semplificare un'espressione

$$a - b + c$$

è da intendersi come

$$(a - b) + c$$

e non

$$a - (b + c)$$

i.e.

$$a - b + c \;=\; (a - b) + c \quad \neq \quad a - (b + c) = a - b - c$$

Come semplificare un’espressione

$$a \div b \times c \qquad \Longleftrightarrow \qquad a/b \cdot c$$

è da intendersi come

$$(a/b) \cdot c$$

e non

$$a/(b \cdot c)$$

Come semplificare un'espressione

Un altro esempio è il seguente

$$a/b/c \;=\; (a/b)/c \;\neq\; a/(b/c)$$

Un classico errore di interpretazione è il seguente

$$-3^2 = -(3^2) = -9 \;\neq\; (-3)^2 = 9$$

Come semplificare un'espressione

Gli elevamenti a potenza vanno calcolati dall'alto verso il basso

Quindi si ha

$$2^{3^2} = 2^{(3^2)} = 2^9 = 512$$

altrimenti avrei scritto

$$(2^3)^2 = (8)^2 = 64$$

Per le proprietà delle potenze $(2^3)^2 = 2^{3\times 2}$

Esempio di gioco virale su internet

> Calcolare
>
> $$9 \div 3(1+2)$$

Soluzione

Il problema è che volutamente si omette il segno di moltiplicazione (moltiplicazione implicita) e ci poi sono moltiplicazioni e divisioni allo stesso livello

Applicando la regola **PEMDAS** la soluzione è

- risolvo la parentesi
- calcolo la divisione prima della moltiplicazione (stesso livello e quindi eseguo l'operazione da sinistra verso destra)

$$9 \div 3 \times (1+2) \;=\; 9 \div 3 \times 3 \;=\; (9 \div 3) \times 3 \;=\; 3 \times 3 \;=\; 9$$

Esempio di gioco virale su internet

Ed è tutto qua sul gioco virale!

No!

Esiste un’altra convenzione che assegna una **priorità maggiore alla moltiplicazione implicita** rispetto alla moltiplicazione esplicita

Questa regola ha senso per trattare come fosse un unico numero espressioni del tipo

$$2\sqrt{3} = \left(2\sqrt{3}\right)$$

o

$$2\pi = (2\pi)$$

Esempio di gioco virale su internet

Con questa regola possiamo interpretare

$$6 \div 2\pi = 6 \div (2\pi)$$

che è diverso dall'interpretazione con la regola PEMDAS che darebbe

$$6 \div 2\pi = (6 \div 2) \times \pi$$

Notiamo che con l'uso delle frazioni non ci sarebbe questa ambiguità:

$$\frac{6}{2\pi} \neq \frac{6}{2}\pi$$

Esempio di gioco virale su internet

- Questa convenzione non è universalmente accettata
- Per fortuna che queste situazioni di ambiguità non si trovano, se ci sono si preferisce esplicitarle ad esempio con l'uso delle frazioni

Quindi con la regola delle moltiplicazioni implicite con priorità maggiore, si avrebbe

$$9 \div 3(1+2) \;=\; 9 \div 3(3) \;=\; 9 \div 9 \;=\; 1$$


FINE
Manolo Venturin (CC BY-NC-ND)